ARIKA, Vol. 04, No. 2 Agustus 2010
ISSN: 1978-1105

ANALISIS KEANDALAN PRODUK DENGAN POLA PENGGUNAAN *INTERMITTENT*

Farida D Sitania
Dosen Program Studi Teknik Industri, Fakultas Teknik, Universitas Pattimura Ambon
e-mail: faridasitania@ymail.com

ABSTRAK

Keandalan adalah probabilitas bahwa suatu produk akan bekerja sesuai dengan fungsi yang diinginkan tanpa ada kegagalan pada kondisi pengoperasian tertentu dan pada periode waktu tertentu. Sebagian besar penelitian tentang keandalan produk mengasumsikan bahwa produk beroperasi dengan pola terus menerus (continuous). Kenyataannya, pada beberapa situasi pola penggunaan produk bersifat terputus-putus (intermittent). Contoh produk dengan pola penggunaan intermittent adalah elevator, starter listrik pada sepeda motor, generator darurat, dan lain-lain.
***Kata kunci**: Keandalan, pola penggunaan intermittent.*

ABSTRACT

Reliability is probability that a product will perform a required function without any failures on certain operating conditions and at a certain time period. Most of the research on product reliability assumes that the product operates with a continuous pattern. In fact, in some situations the product usage patterns are intermittent. Examples of products with non-continuous usage patterns are an elevator, electric starter on a motorcycle, emergency generators, and others.
***Keywords**: Reliability, patterns of intermittent usage.*

PENDAHULUAN

Rekayasa keandalan (*reliability engineering*) merupakan elemen penting dari suatu industri, karena penerapan rekayasa keandalan dalam industri tersebut akan menjamin kualitas produk yang dihasilkan sehingga mampu bersaing di pasaran.

Dalam kehidupan sehari-hari, keandalan memiliki pengertian yang luas. Definisi keandalan menurut istilah teknik adalah probabilitas bahwa kinerja suatu produk sesuai dengan fungsi yang diinginkan tanpa ada kegagalan di bawah kondisi tertentu untuk periode waktu tertentu (Yang G., 2007). Dari definisi tersebut, diketahui bahwa tiga keandalan memiliki tiga elemen penting yaitu fungsi yang diinginkan, periode waktu tertentu dan kondisi tertentu.

Fungsi dari rekayasa keandalan adalah untuk mencegah terjadinya kegagalan produk. Implementasi rekayasa keandalan adalah dengan tindakan maksimal keandalan dan minimasi kegagalan produk. Tiga langkah yang dapat dilakukan untuk mencapai rekayasa keandalan adalah dengan memaksimasi kendalan produk, meminimasi variasi proses produksi untuk menjamin konsistensi keandalan produk, serta menggunakan variasi teknik keandalan yang besar (Yang G., 2007).

Analisis tentang keandalan produk yang telah diteliti sebagian besar mengasumsikan bahwa produk digunakan dengan secara terus menerus (*continuous*). Pada kondisi nyata, pola penggunaan produk tidak hanya bersifat *continuous* tetapi juga terputus-putus atau *intermittent* (Murthy dan Blischke, 2006). Contoh produk dengan pola penggunaan *intermittent* adalah eskavator, elevator, starter listrik pada sepeda motor, mesin cuci, generator darurat di rumah sakit, dan pintu kulkas.

Penelitian mengenai analisis keandalan untuk produk dengan pola penggunaan *intermittent* masih terbatas. Murthy (1992) mengembangkan model keandalan untuk produk dengan pola penggunaan *intermittent*, dan model dikembangkan untuk produk yang tidak dapat diperbaiki. Kurniati (2002) memodelkan keandalan produk dengan pola penggunaan intermittent, dan model dikembangkan untuk produk yang dapat diperbaiki. Dari penjelasan tersebut maka pada penelitian ini akan dianalisis model keandalan produk untuk pola penggunaan *intermittent* dengan kombinasi rektifikasi perbaikan dan penggantian.

LANDASAN TEORI

Ukuran Dasar Keandalan

Pada bagian ini, dijelaskan ukuran umum yang digunakan untuk mengukur keandalan. Dalam prakteknya, ukuran yang sesuai dan efektif untuk produk yang spesifik harus ditentukan berdasarkan keunikan dan penggunaan produk.

a. Fungsi padatan peluang (*pdf*), dinyatakan dengan $f(t)$, mengindikasikan distribusi kegagalan sepanjang interval waktu dan merepresentasikan kecepatan kegagalan absolut.

b. Fungsi distribusi kumulatif (*cdf*), dinyatakan dengan $F(t)$, adalah peluang bahwa suatu produk akan gagal oleh waktu tertentu t. Secara matematis dinyatakan dengan:

$$F(t) = Pr(T \le t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)\,dx \qquad \ldots (1)$$

Persamaan *cdf* di atas ekuivalen dengan persamaan *pdf*, yaitu :

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \qquad \ldots (2)$$

c. Fungsi keandalan, disimbolkan dengan $R(t)$, diinterpretasikan sebagai fraksi populasi yang terus hidup (*survive*) hingga waktu t. $R(t)$ adalah peluang sukses dan diformulasikan sebagai berikut:

$$R(t) = Pr(T \ge t) = 1 - F(t) = \int_{t}^{\infty} f(x)\,dx \qquad \ldots (3)$$

d. Fungsi kegagalan atau laju kegagalan, dinyatakan dengan $h(t)$, mengukur laju perubahan dalam peluang bahwa produk yang *survive* akan gagal dalam rentang waktu yang kecil selanjutnya. Persamaan matematis dari fungsi kegagalan adalah:

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{Pr\big((t < T \le t + \Delta t)\,|\,T > t\big)}{\Delta t} = \frac{1}{R(t)}\left[-\frac{dR(t)}{dt}\right] = \frac{f(t)}{R(t)} \qquad \ldots (4)$$

Satuan dari laju kegagalan adalah kegagalan per unit waktu. Berlawanan dengan fungsi probabilitas densitas $f(t)$, fungsi laju kegagalan $h(t)$ mengindikasikan kecepatan kegagalan relatif.

e. Fungsi kegagalan kumulatif, dinyatakan dengan $H(t)$ dan diformulasikan sebagai:

$$H(t) = \int_{-\infty}^{t} h(x)\,dx \qquad \ldots (5)$$

f. Waktu rata-rata hingga produk gagal (MTTF) merupakan ekspektasi umur hidup $E(T)$ dari produk yang tidak dapat diperbaiki. MTTF diformulasikan sebagai:

$$MTTF = E(T) = \int_{-\infty}^{\infty} t f(t)\,dt \qquad \ldots (6)$$

Jika *range T* adalah positif maka persamaan MTTF dapat ditulis sebagai berilut:

$$MTTF = E(T) = \int_{0}^{\infty} R(t)\,dt \qquad \ldots (7)$$

Karakteristik Kerusakan

Untuk produk yang dapat diperbaiki dan tiap kerusakan produk menghasilkan penggantian dengan produk yang identik, maka T_i merupakan variabel acak yang independen dan terdistribusi secara identik. Probabilitas terjadinya kerusakan produk pada saat $T_i < t$ diberikan oleh:

$$F_i(t) = P(T_i \leq t) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

$f(t)$ menyatakan fungsi probabilitas densitas dari variabel acak t yang mewakili waktu antar kerusakan suatu sistem. $f(t)$ memiliki sifat $f(t) \geq 0$.

Fungsi distribusi kumulatif suatu sistem umumnya disimbolkan dengan $F(t)$, yang menyatakan probabilitas bahwa sistem akan rusak dalam interval [0, t]. $F(t)$ dirumuskan sebagai berikut:

$$F(t) - P(T \leq t) - \int_0^t f(t)\,dt \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

sehingga:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

Fungsi keandalan, $\bar{F}(t)$ menyatakan probabilitas bahwa sistem akan berfungsi (tidak rusak) dalam interval waktu [0, τ] atau probabilitas sistem akan rusak setelah saat t. $\bar{F}(t)$ diberikan oleh persamaan berikut:

$$\bar{F}(t) = P(T > t) = \int_t^\infty f(x)\,dx \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

sehingga:

$$f(t) = \frac{d\bar{F}(t)}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

Karena $F(t)$ dan $\bar{F}(t)$ bersifat *mutually exclusive*, maka:

$$\bar{F}(t) = 1 - F(t) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

Fungsi laju kerusakan , $r(t)$ menyatakan jumlah kerusakan terjadi per unit waktu dan dirumuskan dengan persamaan berikut:

$$r(t) = \frac{f(t)}{\bar{F}(t)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

Probabilitas bersyarat bahwa sistem akan rusak selama interval waktu [t, t+dt] dengan syarat bahwa sistem tersebut tidak rusak hingga waktu t dinyatakan sebagai $r(t)dt$ yang dirumuskan dengan persamaan berikut:

$$r(t)dt = P(t < T < t + dt | T > t) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

Hubungan antara fungsi keandalan, fungsi distribusi kumulatif dan fungsi kepadatan probabilitas dengan fungsi laju kerusakan ditunjukkan oleh persamaan-persamaan berikut:

$$\bar{F}(t) = Exp\left[-\int_0^t r(x)dx\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (16)$$

$$f(t) = r(t)Exp\left[-\int_0^t r(x)dx\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

$$F(t) = 1 - Exp\left[-\int_0^t r(x)dx\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

Proses Stokastik

Proses stokastik merupakan mekanisme untuk menggambrkan fenomena acak dengan menggunakan hukum-hukum probabilitas pada setiap titik waktu. Salah satu proses stokastik yang umum adalah proses *counting* $\{N(t), t \geq 0\}$, di mana $N(t)$ adalah jumlah kejadian yang muncul dalam selang waktu t. Contohnya adalah kedatangan pelanggan, kedatangan pesanan sebuah komponen, kedatangan klaim asuransi, dan kejadian terjadinya kerusakan pada sistem. Proses stokastik yang digunakan dalam penelitian ini adalah proses Poison dan rantai Markov untuk menjelaskan pola penggunaan dan model kerusakan produk. Proses stokastik dikelompokkan menurut intensitas kejadiannya (Osaki, 1992), yaitu:

Homogeneus Poisson Process (HPP), proses Poisson yang homogen umum dijumpai dan menggambarkan jumlah kejadian. Kejadian dapat berupa kedatangan pelanggan, pesanan, dan lain-lain. Bila interval waktu $[0, t]$ dibagi ke dalam n partisi interval yang kecil dan sama, maka $n \, \Delta t = t$. Untuk tiap interval kecil tersebut $[k \, \Delta t, (k+1) \, \Delta t)$ dengan $k = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$ terjadi kemunculan kejadian mengikuti Bernoulli *trial* dengan probabilitas p dan tidak terjadi kejadian dengan kemunculan $q = 1-p$. Dalam interval yang kecil tersebut, hanya terdapat satu kejadian yang diperbolehkan. Probabilitas munculnya k kejadian dalam selang waktu t adalah:

$$P\{N(t) = k\} = \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} \qquad \text{………………………………….……… (19)}$$

untuk k = 0, 1, 2, 3,…
Proses stokastik dikatakan HPP jika memenuhi persyaratan berikut:

a. $N(0) = 0$
b. Proses memenuhi *stationary independent increment*
c. Pada interval kecil h berlaku $P\{N(h) = 1\} = \delta h + o(h)$
d. $P\{N(h) \geq 1\} = o(h)$

Proses stokastik untuk kejadian $X(t)$ dalam selang waktu t dikatakan *independent increment* jika untuk semua $0 < t_1 < t_2 < \ldots < t_n$, selisih atau pertambahan dari $X(t_n) - X(t_n\text{-}1)$ bersifat independen. Proses stokastik dikatakan *stationary increment* jika untuk $X(t + s) - X(s)$ memiliki distribusi yang sama atau identik.

Non Homogeneus Poisson Process (HPP), proses stokastik yang bersifat NHPP memiliki fungsi intensitas yang bergantung pda t yaitu $\lambda(t)$. Proses Poisson dikatakan NHPP jika memenuhi kondisi berikut:

a. $N(0) = 0$
b. Proses memenuhi *independent increment*
c. Pada interval kecil h berlaku $P\{N(t + h) = 1\} = \lambda(t)h + o(h)$
d. $P\{N(t - h) - N(t) > 2\} = o(h)$

dengan ekspektasi jumlah kedatangan:

$$m(t) = \int_0^t \lambda(x)\,dx \qquad \text{…………………………...………………….. (20)}$$

Probabilitas terjadinya k kejadian dalam selang waktu t adalah:

$$P\{N(t) = k\} = \frac{(mt)^k e^{-mt}}{k!} \qquad \text{…………….……………………………… (21)}$$

dengan $k = 0, 1, 2, \ldots$

Rantai Markov Untuk Waktu Kontinyu

Rantai Markov untuk waktu kontinyu merupakan bagian dari proses stokastik. Kerusakan dari produk dengan pola penggunaan *intermittent* dapat dimodelkan dengan rantai Markov. Murthy (1992) menyatakan bahwa pada produk denga pola penggunaan *intermittent*, kerusakan produk pada saat digunakan dapat berbeda dengan kerusakan produk saat tidak digunakan. Kerusakan produk dipengaruhi oleh umur dan pola penggunaan produk. Untuk mengevaluasi ongkos garansi maka diperlukan model penggunaan produk dan model kerusakan produk berdasarkan penggunaannya.

Definisi rantai Markov untuk waktu kontinyu menurut Osaki (1992) adalah sebagai berikut: Jika $\{X(t), t \geq 0\}$ adalah suatu proses stokastik waktu kontinyu dengan kondisi ruang $i = 0, 1, 2, \ldots$, tanpa kondisi spesifik lainnya. Jika:

$$P\{X(t) = x \mid X(t_1) = x_1, X(t_2) = x_2, \ldots, X(t_n) = x_n\} = P\{X(t) = x \mid X(t_n) = x_n\} \qquad \text{……………….…. (22)}$$

untuk semua $0 \le t_1 \le t_2 \le \ldots \le t_n \le t$, maka proses tersebut disebut rantai Markov untuk waktu kontinyu. Untuk sejumlah $t \ge 0$, $s \ge 0$, maka:

$$P_{ij}(t) = P\{X(t+\delta t) = j | X(\delta t) = i\} \qquad \ldots\ldots\ldots (23)$$

Probabilitas transisi P_{ij} (t + s) dapat dihitung dengan menjumlahkan seluruh kondisi *intermediate k* pada waktu *t* dan berpindah dari kondisi *k* ke kondisi *j* pada sisa waktu *s*. Untuk seluruh *t*, s ≥ 0, dan *i*, *j* ≥ 0 dari sifat Markov diperoleh:

$$P_{ij}(t+\delta t) = P\{X(t+\delta t) = j | X(0) = i\}$$

$$P_{ij}(t+\delta t) = \sum_{k=0}^{\infty} P\{X(t+\delta t) = j | X(t) = k, X(0) = i\} P\{X(t) = k, X(0) = i\}$$

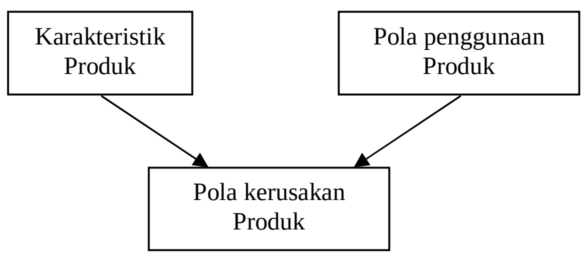
$$P_{ij}(t+\delta t) = \sum_{k=0}^{\infty} P_{ik}(t) P_{kj}(\delta t) \qquad \ldots\ldots\ldots (24)$$

HASIL

Hasil dari penelitian ini berupa model kerusakan dan model keandalan untuk produk dengan pola penggunaan *intermittent.*

Model Kerusakan

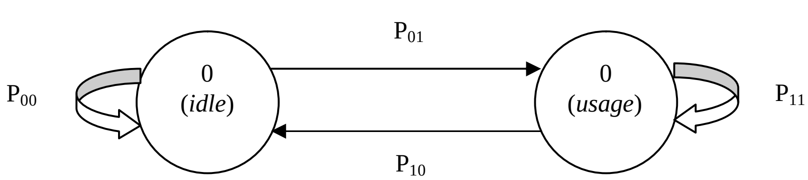
Pada bagian ini akan dijelaskan tentang model kerusakan untuk produk dengan pola penggunaan *intermittent.* Pola kerusakan produk ditentukan oleh pola penggunaan produk serta karakteristik yaitu kualitas dan keandalan produk. Gambar berikut menjelaskan faktor-faktor yang mempengaruhi pola kerusakan produk. Bagian ini terdiri atas dua yaitu pola penggunaan produk serta model kerusakan produk.



Pola Kerusakan Produk

Pola Penggunaan Produk

Pola penggunaan produk terdiri atas dua bagian yaitu pola penggunaan yang terus menerus (*continuous*) dan pola penggunaan yang terputus-putus (*intermittent*). Pada produk dengan pola penggunaan *intermittent*, jika *t* adalah waktu penjualan produk, $0 \le t \le T$, maka pada saat *t* produk dapat berada dalam kondisi digunakan atau tidak digunakan. Transisi dari kondisi digunakan ke kondisi tidak digunakan dan sebaliknya terjadi dengan pola acak dan dimodelkan dengan rantai Markov. Jika produk berada dalam kondisi digunakan maka $X(t) = 1$, dan jika produk berada dalam kondisi tidak digunakan maka $X(t) = 0$. Gambar berikut menjelaskan kondisi transisi penggunaan produk.



Kondisi Transisi Dari Rantai Markov

Berdasarkan persamaan 10 sampai 16, maka probabilitas kondisi transisi $\{(X(t+\delta t)=j|X(t)=i)\}$, $0 \le i, j \le i$, untuk $t \ge 0$, $\delta t \ge 0$, di mana $P_{ij}(t)$ independen terhadap waktu δt sebagai berikut:

$$
\begin{array}{cc}
 & X(t+\delta t) \\
X(t) & \begin{cases} & 1 & 0 \\ 1 & 1-\mu\delta t & \mu\delta t \\ 0 & \lambda\delta t & 1-\lambda\delta t \end{cases}
\end{array}
$$

dengan λ adalah laju dari kondisi tidak digunakan $X(t) = 0$ ke kondisi digunakan $X(t) = 1$, dan μ adalah laju dari kondisi digunakan $X(t) = 1$ ke kondisi tidak digunakan $X(t) = 0$.

Jika $\tau[Y(t)]$, $0 \le \tau \le Y(t)$ merepresentasikan durasi penggunaan produk hingga saat t. Kemudian $Y - \tau[Y(t)]$ merepresentasikan durasi kondisi produk *idle* (tidak digunakan). Diperoleh durasi penggunaan produk hingga saat t adalah:

$\tau[Y(t)] = \sum \tau$

Jika $N[Y(t)]$ merepresentasikan frekuensi penggunaan produk hingga saat t, maka frekuensi penggunaan produk hingga saat t adalah:

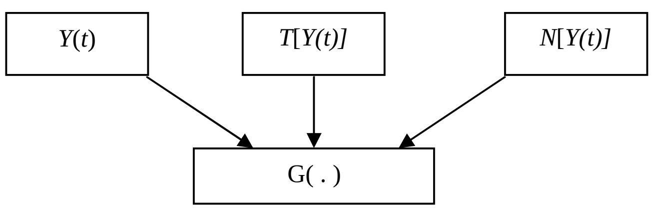
$N[Y(t)] = n\ .kondisi\ Usage$

Kerusakan Produk

Tiga cara yang dapat digunakan untuk memodelkan kerusakan produk adalah laju kerusakan, fungsi distribusi, dan jumlah kerusakan. Pada penelitian ini, model kerusakan dijelaskan dengan laju kerusakan.

Andaikan $r(t)\delta t$ merepresentasikan probabilitas produk mengalami kerusakan pada interval $(t, t + \delta t)$. $r(t)\delta t$ diberikan oleh $Y(t)$, $\tau[Y(t)]$ dan $N[Y(t)]$, serta produk tidak rusak hingga saat t. $r(t)$ adalah laju kerusakan dengan kondisi bersyarat.

$r(t)$ ditentukan oleh umur produk $Y(t)$ dan riwayat penggunaan produk. Riwayat penggunaan dimaksud adalah durasi penggunaan produk $\tau[Y(t)]$ dan frekuensi penggunaan produk $N[Y(t)]$. Gambar berikut menjelaskan factor-faktor yang mempengaruhi laju kerusakan produk.



Laju Kerusakan Produk

$r(t)$ dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$r(t) = G\{Y(t), \tau[Y(t)], N[Y(t)]\} \qquad \text{………………………………………………... (25)}$$

di mana G{Y(t), τ[Y(t)], N[Y(t)]} merupakan fungsimenaik dengan kenaikan *Y*(*t*), τ[Y(t)], dan N[Y(t)].

Fungsi laju kerusakan $r(t)$ dapat berbentuk liniear. Murthy (1992) memformulasikan fungsi laju kerusakan sebagai berikut:

$$G\{Y(t), \tau[Y(t)], N[Y(t)]\} = \theta_0 + \theta_1 Y(t) + \theta_2 \tau[Y(t)] \qquad \text{…………………………...……(26)}$$

dengan $\theta_i = 1$, i = 1, 2, 3, merupakan fungsi dari laju kerusakan.

Produk berada pada kondisi baru saat $t = 0$. $r(t)\delta t$ merepresentasikan probabilitas produk mengalami kerusakan pada interval $(t, t + \delta t)$, diberikan bhwa produk tidak rusak hingga saat t. Jika $Y(t) = t$, maka diperoleh $r(t)$ bersyarat pada $\tau(t)$ dan $N(t)$ diberikan oleh:

$$r(t|\tau(t), N(t)) = \theta_0 + \theta_1 t + \theta_2\tau(t) + \theta_3 N(t) \quad \text{..................................(27)}$$

Dengan melepas kondisi bersyarat, maka fungsi laju kerusakan $r(t)$ adalah:

$$r(t) = \theta_0 + \theta_1 Y(t) + \theta_2 \tau[Y(t)] \quad \text{...(28)}$$

E[τ(t)] adalah ekspektasi durasi penggunaan penggunaan produk sepanjang interval (0, t). Nilai E[τ(t)] ditentukan dengan:

$$E[\tau(t)] = \int_0^t P_{11}(x)dx \quad \text{...(29)}$$

Diperoleh nilai E[τ(t)] sebagai berikut:

$$E[\tau(t)] = \left(\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\right).t + \left(\frac{\mu}{(\lambda+\mu)^2}\right).\left(1 - e^{(\lambda+\mu)}\right) \quad \text{...(30)}$$

E[N(t)] adalah ekspektasi frekuensi penggunaan penggunaan produk sepanjang interval (0, t). Nilai E[N(t)] ditentukan dengan proses Poisson.

$$E[N(t)] = \lambda t \quad \text{...(31)}$$

Dengan mensubtitusi persamaan 30 dan 31 ke persamaan 28 maka diperoleh fungsi laju kerusakan $r(t)$ sebagai berikut:

$$r(t) = \theta_0 + \left[\theta_1 + \frac{\theta_2\lambda}{\lambda+\mu} + \theta_3\lambda\right].t + \left[\frac{\theta_2\mu}{(\lambda+\mu)^2}\right].\left(1 - e^{-(\lambda+\mu)t}\right) \quad \text{..................(32)}$$

Dari persamaan fungsi laju kerusakan $r(t)$, dapat ditentukan persamaan untuk jumlah kerusakan selama periode t $R(t)$, fungsi distribusi $F(t)$, fungsi densitas $f(t)$ dan fungsi keandalan $\bar{F}(t)$.

Jumlah kerusakan $R(t)$

$$R(t) = \int_0^t \theta_0 + \left[\theta_1 + \frac{\theta_2\lambda}{\lambda+\mu} + \theta_3\lambda\right].x + \left[\frac{\theta_2\mu}{(\lambda+\mu)^2}\right].\left(1 - e^{-(\lambda+\mu)t}\right)dx \quad \text{..................(33)}$$

Fungsi distribusi $F(t)$

$$F(t) = 1 - Exp\left(-\int_0^t \theta_0 + \left[\theta_1 + \frac{\theta_2\lambda+\theta_3\lambda\mu}{\lambda+\mu}\right]x + \left[\frac{\theta_2\mu+\theta_3\lambda\mu}{(\lambda+\mu)^2}\right].\left(1 - e^{-(\lambda+\mu)x}\right)dx\right) \quad \text{....(34)}$$

Fungsi densitas $f(t)$

$$f(t) = \theta_0 + \left[\theta_1 + \frac{\theta_2\lambda}{\lambda+\mu} + \theta_3\lambda\right].t + \left[\frac{\theta_2\mu}{(\lambda+\mu)^2}\right].\left(1 - e^{-(\lambda+\mu)t}\right).$$
$$Exp\left(-\int_0^t \theta_0 + \left[\theta_1 + \frac{\theta_2\lambda+\theta_3\lambda\mu}{\lambda+\mu}\right]x + \left[\frac{\theta_2\mu+\theta_3\lambda\mu}{(\lambda+\mu)^2}\right].\left(1 - e^{-(\lambda+\mu)x}\right)dx\right) \quad \text{....(35)}$$

Fungsi keandalan $\bar{F}(t)$

$$\bar{F}(t) = 1 - Exp\left(-\int_0^t \theta_0 + \left[\theta_1 + \frac{\theta_2\lambda+\theta_3\lambda\mu}{\lambda+\mu}\right]x + \left[\frac{\theta_2\mu+\theta_3\lambda\mu}{(\lambda+\mu)^2}\right].\left(1 - e^{-(\lambda+\mu)x}\right)dx\right) \quad \text{..............(36)}$$

Notasi

Notasi-notasi yang digunakan dalam model yang dikembangkan adalah:

Y(t) : Umur produk pada saat t

τ(t) : Durasi penggunaan produk pada saat t

$N(t)$: Frekuensi penggunaan produk pada saat t
$F(t)$: Fungsi distribusi untuk *time to failure*
$f(t)$: Fungsi densitas
$r(t)$: Fungsi laju kerusakan produk
$R(t)$: Fungsi jumlah kerusakan produk pada saat t
$\bar{F}(t)$: Fungsi keandalan produk
Parameter
λ : Laju kejadian dari kondisi produk *idle* $X(t) = 0$ ke kondisi *usage* $X(t)=1$
μ : Laju kejadian dari kondisi produk *usage* $X(t)=1$ ke kondisi *idle* $X(t) = 0$

PEMBAHASAN
Pada bagian ini akan dibahas perilaku fungsi laju kerusakan $r(t)$ terhadap parameter λ dan μ.

Fungsi laju kerusakan
Fungsi laju kerusakan $r(t)$ adalah fungsi yang meningkat dengan lama penggunaan produk t, durasi penggunaan produk $\tau(t)$ dan siklus penggunaan produk $N(t)$. $r(t)$ ditentukan oleh parameter λ dan μ. Fungsi $r(t)$ diberikan oleh persamaan 5.8.

Perilaku fungsi $r(t)$ terhadap parameter λ ditunjukkan pada tabel berikut. Nilai parameter λ = 1, 2, 3, 5, 10 dan μ = 1 untuk t = 0, 1, 2, 3.

Nilai $r(t)$ λ = 1, 2, 3, 5, 10 dan μ = 1

t	λ				
	1	2	3	5	10
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
1	3.716	4.722	5.811	7.861	12.917
2	6.245	8.444	10.562	14.694	24.826
3	8.749	12.111	15.312	21.528	36.736

Dari tabel di atas terlihat bahwa fungsi $r(t)$ meningkat dengan pertambahan nilai parameter λ, untuk nilai t tetap.

Perilaku fungsi $r(t)$ terhadap parameter μ ditunjukkan pada tabel berikut. Nilai parameter μ = 1, 2, 3, 5, 10 dan λ = 1 untuk t = 0, 1, 2, 3.

Nilai $r(t)$ μ = 1, 2, 3, 5, 10 dan λ = 1

t	μ				
	1	2	3	5	10
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
1	3.716	3.544	3.434	3.305	3.174
2	6.245	5.888	5.687	5.472	5.184
3	8.749	8.222	7.937	7.639	7.246

Dari tabel di atas terlihat bahwa fungsi $r(t)$ menurun dengan pertambahan nilai parameter μ, untuk nilai t tetap.

KESIMPULAN
Kesimpulan yang dapat di ambil dari hasil penelitian ini, adalah sebagai berikut:
1. Model laju kerusakan dapat dijelaskan oleh fungsi laju kerusakan $r(t)$. Fungsi laju kerusakan dipengaruhi oleh parameter laju kejadian pada kondisi produk digunakan λ dan parameter laju kejadian pada kondisi produk digunakan μ.

2. Fungsi laju kerusakan $r(t)$ meningkat terhadap kenaikan nilai parameter λ dan sebaliknya menurun untuk kenaikan nilai parameter μ. Tetapi parameter λ lebih berpengaruh terhadap fungsi $r(t)$ dibandingkan parameter μ.
3. Penelitian ini mengasumsikan bahwa fungsi laju kerusakan $r(t)$ berbentuk linier. Penelitian selanjutnya dapat mempertimbangkan fungsi laju kerusakan dengan pola *non* linier.

DAFTAR PUSTAKA

Kurniati, Nani, Pemodelan dan Analisis Garansi Produk dengan Pola Pemakaian *Intermittent*, Tesis, Institut Teknologi Bandung, 2002.

Murthy, D.N.P, "A *Usage Dependent Model for Warranty Costing*", Europen Journal of Operational Research 1992, 57:88-99.

Murthy, D.N.P, dan Blischke, W.R, (2006). *Warranty Management and Product Manufacture*, London: Springer.

Yang, Guangbin (2007). *Life Cycle Reliability Engineering*, Canada: John Wiley & Sons.Inc.

Osaki, S (1992). *Applied Stochastic System Modeling*, Berlin: Springer